

## 一种高超声速飞行器下压段自适应伪谱法轨迹优化方法

### 技术领域

本发明涉及一种高超声速飞行器下压段自适应伪谱法轨迹优化方法，属于高超声速飞行器轨迹设计与优化技术领域。

### 背景技术

近些年来，高超声速飞行器技术发展迅速，已经成为融合诸多航空航天领域的新技术。高超声速飞行器具有快速响应、超强突防、灵活机动、远程打击等特点，因而已经成为未来飞行器的重要发展方向。作为 20 世纪以来新兴的一个多学科技术融合的全新领域，其已经在军事领域凸显出极高的应用价值。高超声速飞行器不仅有极强的自我生存能力，能对目标进行快速而精确的打击，而且能极大地提升高空高速侦查和探测能力，协助其他打击作战力量高效地进行中远程或全球作战，从而进一步增强国防力量。

高超声速飞行器的轨迹设计与优化是飞行器总体优化设计里非常重要的组成部分，也是近现代各国对飞行器相关研究的重点，其意义在于可以协调各个子系统，使其相互协作，以便达到各自某些特别的任务要求，不论是飞行器可以承载更多的有效载荷，还是可以降低飞行器的运营成本，提升飞行器的使用效率。总之，对飞行轨迹的设计与优化可以整体性的提高飞行器的相关性能指标。因此，飞行轨迹的好坏将直接影响飞行器是否可以顺利的完成任务，对飞行器的总体设计具有重要的意义。

根据不同任务类型设计的轨迹不仅能提升飞行器侦查和探测能力，而且能更好地规避危险，实现精确打击。而设计一条让飞行能力和作战能力都达到最优的轨迹能最大程度延长飞行器飞行寿命，使飞行器飞行更远，耗油更少，节约成本。

轨迹优化问题涉及两个方面内容：数值方法和数值优化方法。求解轨迹优化模型首先通过数值方法将最优控制问题转化为参数优化问题，然后通过数值优化方法来求解参数优化问题。数值方法中的全局伪谱法虽然能够通过较少的节点获得较高精度的解，但是在求解大型复杂问题和非光滑问题时，其运用效果并不理想。因此已有的全局伪谱法轨迹优化方法不再适用于飞行器下压段轨迹优化。

### 发明内容

本发明要解决的技术问题是：克服传统全局伪谱法在求解复杂非光滑问题时运行效果不理想的情况，提供了一种高超声速飞行器下压段自适应伪谱法轨迹优化方法。包括如下步骤：S1、建立高超声速飞行器下压段的动力学模型和运动学模型；S2、设定高超声速飞行器下压段的约束条件，包括动压约束、法向过载约束、端点约束和控制量约束；S3、运用数值方法自适应 Radau 伪谱法将最优控制问题转化为非线性规划问题，分别以最大射程和最短时间为性能指标来进行优化；S4、运用数值优化方法序列二次规划算法求解非线性规划问题。

本发明目的通过以下技术方案予以实现：

一种高超声速飞行器下压段自适应伪谱法轨迹优化方法。包括如下步骤：

S1、建立高超声速飞行器下压段的动力学模型和运动学模型；

S2、设定高超声速飞行器下压段的约束条件，包括动压约束、法向过载约束、端点约束和控制量约束；

S3、运用数值方法自适应 Radau 伪谱法将最优控制问题转化为非线性规划问题，分别以最大射程和最短时间为性能指标来进行优化；

S4、运用数值优化方法序列二次规划算法求解非线性规划问题。

## 说明书

上述高超声速飞行器下压段自适应伪谱法轨迹优化方法, 优选的, 首先建立高超声速飞行器下压段的运动模型, 其中运动模型包括质心运动和绕质心转动的动力学模型、质心运动和绕质心转动的运动学模型两部分。

上述高超声速飞行器下压段自适应伪谱法轨迹优化方法, 优选的, S3 中, 运用数值方法自适应 Radau 伪谱法将最优控制问题转化为非线性规划问题, 此方法具体步骤为:

S31、在求解连续最优控制问题时, 将整个过程划分为多个单元;

S32、每个单元再运用 Radau 伪谱法进行离散近似和参数化, 采用全局插值多项式的有限基, 在一系列离散点上近似状态变量和控制变量, 进而将连续最优控制问题转化为非线性规划问题;

S33、所分单元的数目和每个单元近似用的多项式的阶数即配点数, 采用一种自适应的策略获得, 单元是否需要细分或者配点数是否需要增加, 是由每两个配点中点处对应的状态量和控制量对运动方程组约束的满足程度决定。

上述高超声速飞行器下压段自适应伪谱法轨迹优化方法, 优选的, S4 中, 运用数值优化方法序列二次规划算法求解非线性规划问题, 此方法具体步骤为:

S41、给定初始点及收敛精度;

S42、求解一个二次规划子问题来确定一个下降方向;

S43、通过减少价值函数来获取当前迭代点的移动步长;

S44、重复这些步骤直到满足给定精度的终止准则, 得到原问题的最优解。

上述高超声速飞行器下压段自适应伪谱法轨迹优化方法, 优选的, S1 中, 所述高超声速飞行器下压段的整个过程, 采用无动力飞行, 仅考虑纵向平面内的运动, 飞行过程中推力和飞行器质量变化率均为零。

上述高超声速飞行器下压段自适应伪谱法轨迹优化方法, 优选的, 利用该轨迹优化方法, 下压段动压约束为 20kPa~420kPa。

上述高超声速飞行器下压段自适应伪谱法轨迹优化方法, 优选的, 利用该轨迹优化方法, 下压段法向过载约束为 0~7。

上述高超声速飞行器下压段自适应伪谱法轨迹优化方法, 优选的, 利用该轨迹优化方法, 下压段控制量约束为  $-6^{\circ} \sim 6^{\circ}$ 。

本发明相比于现有技术具有如下有益效果:

(1) 本发明增加了对路径约束和终端约束的范围限制, 从而确保动压、过载这些路径约束及飞行高度, 速度等终端约束满足性能指标的要求。由于临近空间内的飞行环境较为复杂, 同时考虑飞行器材料的物理性质和战略应用实际, 高超声速飞行器在执行飞行任务时必须满足以过载和动压为代表的严格的路径约束; 同时为了最终可以精确的到达目标点, 飞行过程中也必须满足高度, 速度等端点约束; 为了保证飞行器不会出现失控的情况也需要对控制量如攻角进行一定限制。

(2) 本发明对气动数据进行拟合, 保证运算过程中数据的真实性与有效性。由于飞行环境的多变与不确定性, 飞行器飞行时会长时间以大马赫数进行飞行, 且当飞行马赫数有较大的变化时, 相应的气动参数及气动力的计算亦会发生改变, 即对飞行器运动的模型和优化过程提出了一定的要求。本发明对多维典型气动数据的攻角、侧滑角、马赫数等数据通过最近邻插值法进行拟合得到, 则保证运算过程中数据的真实性与有效性。

(3) 本发明针对全局 Radau 伪谱法在求解复杂非光滑问题时运行效果不理想的情况, 引入一种 hp 自适应策略, 将自适应 p-Radau 伪谱法与基于密度函数的伪谱网格细化算法结合起来, 将最优控制问题转化为非线性规划问题。自适应 hp-Radau 伪谱法计算效率更高、选取配点更合理、求解精度更高, 优化结果均可以满足飞行器飞行的各项约束条件, 是多约束条件下高超声速飞行器轨迹优化的一种有效方法。

## 附图说明

图 1 为本发明方法的步骤流程图。

图 2 为性能指标为最大射程的轨迹优化仿真结果的速度-时间关系图。

图 3 为性能指标为最大射程的轨迹优化仿真结果的攻角-时间关系图。

图 4 为性能指标为最大射程的轨迹优化仿真结果的俯仰角-时间关系图。

图 5 为性能指标为最短时间的轨迹优化仿真结果的速度-时间关系图。

图 6 为性能指标为最短时间的轨迹优化仿真结果的攻角-时间关系图。

图 7 为性能指标为最短时间的轨迹优化仿真结果的俯仰角-时间关系图。

图 8 为性能指标为最大射程与最短时间的弹道剖面对比图。

图 9 为性能指标为最大射程与最短时间的射程对比图。

## 具体实施方式

为使本发明的目的、技术方案和优点更加清楚，下面将结合附图对本发明的实施方式作进一步详细描述。

一种高超声速飞行器下压段自适应伪谱法轨迹优化方法，高超声速飞行器下压段的整个过程，采用无动力飞行，仅考虑纵向平面内的运动，飞行过程中推力和飞行器质量变化率均为零。包括如下步骤：

S1、建立高超声速飞行器下压段的动力学模型和运动学模型；

S2、设定高超声速飞行器下压段的约束条件，包括动压约束、法向过载约束、端点约束和控制量约束；

S3、运用数值方法自适应 Radau 伪谱法将最优控制问题转化为非线性规划问题，分别以最大射程和最短时间为性能指标来进行优化；

S4、运用数值优化方法序列二次规划算法求解非线性规划问题。

S3 中，运用数值方法自适应 Radau 伪谱法将最优控制问题转化为非线性规划问题，其具体步骤为：

S31、在求解连续最优控制问题时，将整个过程划分为多个单元；

S32、每个单元再运用 Radau 伪谱法进行离散近似和参数化，采用全局插值多项式的有限基，在一系列离散点上近似状态变量和控制变量，进而将连续最优控制问题转化为非线性规划问题；

S33、所分单元的数目和每个单元近似用的多项式的阶数即配点数，采用一种自适应的策略获得，单元是否需要细分或者配点数是否需要增加，是由每两个配点中点处对应的状态量和控制量对运动方程组约束的满足程度决定。

S4 中，运用数值优化方法序列二次规划算法求解非线性规划问题，其具体步骤为：

S41、给定初始点及收敛精度；

S42、求解一个二次规划子问题来确定一个下降方向；

S43、通过减少价值函数来获取当前迭代点的移动步长；

S44、重复这些步骤直到满足给定精度的终止准则，得到原问题的最优解。

利用该轨迹优化方法，下压段动压约束为 20kPa~420kPa；下压段法向过载约束为 0~7；下压段控制量约束为  $-6^{\circ} \sim 6^{\circ}$ 。

# 说明书

## 实施步骤:

如图 1 所示, 为本发明高超声速飞行器下压段自适应伪谱法轨迹优化方法的流程图, 包括如下步骤:

S1、建立高超声速飞行器下压段动力学模型和运动学模型。

高超声速飞行器下压段往往采用无动力飞行, 仅需考虑纵向平面内的运动, 飞行过程中推力和飞行器质量变化率均为零。假设下降过程采用地球平面参考系, 忽略地球自转, 采用 1976 年美国标准大气模型 USSA76。运动方程如下所示:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \cos \gamma \\ \dot{h} &= v \sin \gamma \\ \dot{v} &= \frac{T \cos \alpha - D}{m} - g \sin \gamma \\ \dot{\gamma} &= \frac{L + T \sin \alpha}{mv} - \frac{g \cos \gamma}{v} \\ \dot{\theta} &= q \\ \dot{q} &= \frac{M_y}{I_y} \\ \dot{m} &= -m_c\end{aligned}\tag{1}$$

上式中:  $x$  是射程,  $h$  为高度,  $v$  为速度,  $\gamma$  为航迹角,  $\theta$  为俯仰角,  $q$  为俯仰角速率,  $m$  为质量,  $T$  为推力,  $D$  为阻力,  $L$  为升力,  $\alpha$  为攻角,  $M_y$  为俯仰力矩,  $I_y$  为转动惯量,  $m_c$  为质量变化率。并且

$$\begin{aligned}\bar{q} &= \frac{1}{2} \rho v^2 \\ D &= \bar{q} S C_d \\ L &= \bar{q} S C_l \\ M_y &= \bar{q} S C_m\end{aligned}\tag{2}$$

上式中:  $\bar{q}$  为动压,  $D$  为阻力,  $L$  为升力,  $M_y$  为俯仰力矩,  $\rho$  为空气密度,  $v$  为速度,  $C_d$  为阻力系数,  $C_l$  为升力系数,  $C_m$  为俯仰力矩系数。

S2、设定高超声速飞行器下压飞行过程约束条件。

由于临近空间内的飞行环境较为复杂, 同时考虑飞行器材料的物理性质和战略应用实际, 高超声速飞行器在执行飞行任务时必须满足以热流、过载和动压为代表的严格的路径约束; 同时为了最终可以精确的到达目标点, 飞行过程中也必须满足高度, 速度等端点约束; 为了保证飞行器不会出现失控的情况也需要对控制量如攻角和倾斜角进行一定限制。本发明介绍的下压飞行过程重点考虑动压、过载、端点和控制量约束。

### 1) 动压约束

在飞行力学中, 所有气动力和力矩都与动压成比例。为防止铰链力矩过大, 必须对最大动压进行限制。

$$20\text{kPa} \leq q = \frac{1}{2} * \rho * v^2 \leq 420\text{kPa} \quad (3)$$

## 2) 法向过载约束

过大的法向过载会破坏导弹的结构，并影响其机动能力，法向过载对导弹结构安全影响较大，需对其加以限制。

$$0 \leq n_y = \frac{\sqrt{L^2 + D^2}}{mg} \leq 7 \quad (4)$$

## 3) 端点约束

飞行器从高空下降到地面，为了使其更好的完成对地攻击任务，需要对起始端状态和终端状态进行约束。端点约束一般包括初始时间、高度、速度、航迹角、位置和末端高度、速度、航迹角、位置等约束。

## 4) 控制量约束

实际的下压飞行过程为保持姿态稳定防止失控，攻角不可能无限大，必须限定在一定范围内。

$$-6^\circ \leq \alpha \leq 6^\circ \quad (5)$$

S3、运用数值方法自适应 Radau 伪谱法将最优控制问题转化为非线性规划问题。

假设整个飞行轨迹在整个飞行时间间隔内被划分成 S 个单元，其中任一单元 m 的配点数为  $N_m$ 。每个单元再运用全局伪谱法进行离散近似和参数化。

全局 Radau 伪谱法的基本思想是：将问题中的状态变量和控制变量在特定的配点上离散，并以这些离散点为节点构造 Lagrange 插值多项式来逼近状态变量和控制变量。通过以全局插值多项式求导来近似状态变量对时间的导数，从而将描述轨迹的微分方程约束转化为一组代数约束。对于性能指标中的积分项用 Gauss 积分计算，终端状态也由初始状态和对右函数的积分获得。经过上述变换，可将连续最优控制问题转化为受一系列代数约束的非线性规划问题。

由于所涉及到的正交多项式的正交区间是  $\tau \in [-1, 1]$ ，因此需要将最优控制问题的时间区间由  $t \in [t_0, t_f]$  转换到  $\tau \in [-1, 1]$ ，转换公式为：

$$\tau = \frac{2t}{t_f - t_0} - \frac{t_f + t_0}{t_f - t_0} \quad (6)$$

Radau 伪谱法的配点是 Legendre -Gauss-Radau (LGR)点，即是多项式  $p_k(\tau) + p_{k-1}(\tau)$  或者  $p_k(\tau) - p_{k-1}(\tau)$  的根，前者在区间  $[-1, 1)$ ，后者在区间  $(-1, 1]$ ，接下来讨论第 2 种，其中  $p_k(\tau)$  是 k 阶 Legendre 正交多项式：

$$p_k(\tau) = \frac{1}{2^k k!} \frac{d^k}{d\tau^k} [(\tau^2 - 1)^k] \quad (7)$$

RPM 的节点为配点与初始时刻点  $\tau_0 = -1$ 。设节点个数为 N，则配点个数为  $k = N - 1$ ，即配点取 N-1 阶 LGR 点。采用 Lagrange 插值的方法对状态变量进行近似，可得

$$x(\tau) \approx X(\tau) = \sum_{i=0}^{N-1} L_i(\tau) X(\tau_i) \quad (8)$$

其中， $L_i(\tau)$  为插值基函数， $\tau_i$  为插值节点即 RPM 的节点

$$L_i(\tau) = \prod_{j=0, j \neq i}^{N-1} \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j} \quad (9)$$

对式(8) 求导，可得配点  $\tau_k$  处状态变量的导数为

$$\dot{x}(\tau_k) \approx \dot{X}(\tau_k) = \sum_{i=0}^{N-1} \dot{L}_i(\tau_k) X(\tau_i) = \sum_{i=0}^{N-1} D_{ki} X(\tau_i), \quad (k = 1, \dots, N-1) \quad (10)$$

其中

$$D_{ki} = \begin{cases} \frac{\dot{q}(\tau_k)}{(\tau_k - \tau_i)\dot{q}(\tau_i)}, & k \neq i \\ \frac{\ddot{q}(\tau_i)}{2\dot{q}(\tau_i)}, & k = i \end{cases} \quad (11)$$

$$q(\tau_i) = (1 + \tau_i)[p_{N-1}(\tau_i) - p_{N-2}(\tau_i)], (i = 0, \dots, N-1) \quad (12)$$

由此，配点处飞行器运动方程组对应的微分方程约束可以转换为代数方程约束，即为

$$\sum_{i=0}^{N-1} D_{ki} X(\tau_i) - \frac{t_f - t_0}{2} f[X(\tau_k), U(\tau_k), \tau_k; t_0, t_f] = 0 \quad (13)$$

控制变量也采用 Lagrange 插值的方法近似，可得

$$u(\tau) \approx U(\tau) = \sum_{i=1}^{N-1} \bar{L}_i(\tau) U(\tau_i) \quad (14)$$

单元是否需要细分或者配点数是否需要增加，是由每两个配点中点处  $\bar{t}_i$  对应的状态量和控制量对运动方程组约束的满足程度决定。通过 Lagrange 插值，可近似得到单元  $m$  中每两个配点中点处的状态变量和控制变量的近似值

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} X(\bar{t}_1) \\ \dots \\ X(\bar{t}_{N_m-1}) \end{bmatrix} \quad \bar{U} = \begin{bmatrix} U(\bar{t}_1) \\ \dots \\ U(\bar{t}_{N_m-1}) \end{bmatrix} \quad (15)$$

定义中点残差矩阵  $R$  为

$$R = |\bar{D}\bar{X} - \frac{t_m - t_{m-1}}{2} F(\bar{X}, \bar{U}, \tau; p, t_{m-1}, t_m)| \quad (16)$$

取  $R$  中每一行最大元素组成列向量

$$r = [r(\bar{t}_1), \dots, r(\bar{t}_{N_m-1})]^T \quad (17)$$

求出  $r$  中各元素的算数平均值  $\bar{r}$ ，并基于  $\bar{r}$  对  $r$  进行范化

$$\beta = [\beta(\bar{t}_1), \dots, \beta(\bar{t}_{N_m-1})]^T = [r(\bar{t}_1)/\bar{r}, \dots, r(\bar{t}_{N_m-1})/\bar{r}]^T \quad (18)$$

如果  $\beta$  中所有元素的量级相当，则可通过增加配点就来提高精度；如果  $\beta$  中某些元素的量级明显大于其他元素，则需要对单元进行细化，以提高收敛速度。

对于一般性的 Bolza 型性能指标函数，其积分项用 Gauss 积分来近似，可得转换后的结果为

$$J = \varphi[X(t_0), t_0, X(t_f), t_f] + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^{N-1} \omega_k L(X(\tau_k), U(\tau_k), \tau_k; t_0, t_f) \quad (19)$$

其中

$$\begin{cases} \omega_1 = \frac{2}{(N-2)^2} \\ \omega_k = \frac{1}{(1-\tau_k)^2 [p_{N-2}(\tau_k)]^2}, (k = 2, \dots, N-1) \end{cases} \quad (20)$$

至此，RPM 离散化后的轨迹优化问题的一般描述为：求解离散的状态变量  $X(\tau_k)$  和控制变量  $U(\tau_k)$  及初始时刻和终端时刻，使得性能指标最优，并满足配点处的状态约束、边界条件约束以及过程约束。

$$\psi[X(t_0), t_0, X(t_f), t_f] = 0$$

$$C[X(\tau_k), U(\tau_k), \tau_k; t_0, t_f] \leq 0$$

(21)

非线性规划问题的设计变量包括节点处状态变量  $[X(\tau_0), X(\tau_1), \dots, X(\tau_{N-1})]$ 、配点处控制变量  $[U(\tau_1), U(\tau_2), \dots, U(\tau_{N-1})]$  及初始时刻  $t_0$  和终端时刻  $t_f$  (如果  $t_0$ 、 $t_f$  未知)，其约束为转

# 说明书

换后的飞行器运动代数方程组约束、边界条件约束及过程约束。

S4、运用数值优化方法序列二次规划算法求解非线性规划问题。

序列二次规划算法是一种基于可行方向搜索的约束最优化方法，能直接处理约束优化问题。在轨迹优化问题的应用上，以其高效的收敛性成为目前应用最广泛也是最成功的算法。

序列二次规划算法的基本思想是，在每一迭代步中，通过求解一个二次规划子问题来确定一个下降方向，以减少价值函数来获取当前迭代点的移动步长，重复这些步骤直到满足给定精度的终止准则，得到原问题的最优解。

一般形式约束优化问题的 SQP 算法步骤如下。

1) 给定初始点  $(x_0, \mu_0, \lambda_0)$ ，对称正定矩阵  $B_0$ ，计算

$$A_0^E = \nabla g(x_0), A_0^I = \nabla h(x_0)^T, A_0 = \begin{bmatrix} A_0^E \\ A_0^I \end{bmatrix}$$

选择参数  $\rho \in (0,1)$ ,  $\eta \in (0,0.5)$ ，容许误差  $0 \leq \varepsilon_1, \varepsilon_2 \leq 1$ ，令  $k=0$ 。

2) 求解子问题

$$\begin{cases} \min & \frac{1}{2} d^T B_k d + \nabla f(x_k)^T d \\ & g(x_k) + A_k^E d = 0 \\ & h(x_k) + A_k^I d \geq 0 \end{cases} \quad (22)$$

得到最优解  $d_k$ 。

3) 若  $\|d_k\|_1 \leq \varepsilon_1$  且  $\|h_k\|_1 + \|g_k\|_1 \leq \varepsilon_2$ ，停止计算，得到原问题的一个近似KT点  $(x_k, \mu_k, \lambda_k)$ 。

4) 对于某种价值函数  $\phi(x, \sigma)$ ，选择罚函数  $\sigma_k$ ，使得  $d_k$  是该函数在  $x_k$  处的下降方向。

5) 运用Armijo搜索，令  $m_k$  是使下列不等式成立的最小非负整数  $m$

$$\phi(x_k + \rho^m d_k, \sigma_k) - \phi(x_k, \sigma_k) \leq \eta \rho^m \phi'(x_k, \sigma_k, d_k) \quad (23)$$

令  $\alpha_k = \rho^{m_k}, x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k$

6) 计算

$$A_{k+1}^E = \nabla g(x_{k+1})^T, A_{k+1}^I = \nabla h(x_{k+1})^T, A_{k+1} = \begin{bmatrix} A_{k+1}^E \\ A_{k+1}^I \end{bmatrix} \quad (24)$$

以及最小二乘乘子

$$\begin{bmatrix} \mu_{k+1} \\ \lambda_{k+1} \end{bmatrix} = (A_{k+1} A_{k+1}^T)^{-1} A_{k+1}^T \nabla f(x_{k+1}) \quad (25)$$

7) 校正矩阵  $B_k$  为  $B_{k+1}$ ，即令

$$s_k = \alpha_k d_k, y_k = \nabla_x L(x_{k+1}, \mu_{k+1}, \lambda_{k+1}) - \nabla_x L(x_k, \mu_{k+1}, \lambda_{k+1}), \quad (26)$$

$$z_k = \theta_k y_k + (1 - \theta_k) B_k s_k, B_{k+1} = B_k - \frac{B_k s_k s_k^T B_k}{s_k^T B_k s_k} + \frac{z_k z_k^T}{s_k^T z_k} \quad (27)$$

$\theta_k$  定义为

$$\theta_k = \begin{cases} 1, & s_k^T y_k \geq 0.2 s_k^T B_k s_k \\ \frac{0.8 s_k^T B_k s_k}{s_k^T B_k s_k - s_k^T y_k}, & s_k^T y_k < 0.2 s_k^T B_k s_k \end{cases} \quad (28)$$

8) 令  $k=k+1$ ，转步骤 2)。

## 实施例：

考虑某型高超声速飞行器进入下压段，气动数据通过对多维典型气动数据的攻角、侧滑角、马赫数等数据通过最近邻插值法进行拟合得到。考虑飞行过程中的动压、过载、端点和控制量约束以及端点约束，设定过程约束边界参数如下：末端时间最短为 65s，最长为 85s；飞行高度最低为 0，最高为 31km；飞行速度最低为 700m/s，最高为 2100m/s；航迹角最小为 $-25^{\circ}$ ，最大为 $0.003^{\circ}$ ；射程最小为 0，最大为 110km；攻角最小为 $-6^{\circ}$ ，最大为 $6^{\circ}$ 。

通过仿真对该下压段轨迹进行优化设计，分别选取最大射程和最短时间为性能指标，并且对两者进行了对比。其中，配点精度为 $1 \times 10^{-4}$ ，迭代次数为 3，每个区间的最大配点个数为 12，最小配点个数为 4。经过以下步骤之后，得到图 2~9 的实验结果图：

S1、建立高超声速飞行器下压段的动力学模型和运动学模型；

S2、设定高超声速飞行器下压段的约束条件，包括动压约束、法向过载约束、端点约束和控制量约束；

S3、运用数值方法自适应 Radau 伪谱法将最优控制问题转化为非线性规划问题，分别以最大射程和最短时间为性能指标来进行优化；

S4、运用数值优化方法序列二次规划算法求解非线性规划问题。

其中，图 2~4 为高超声速飞行器下压段性能指标为最大射程生成的结果，图 5~7 为高超声速飞行器下压段性能指标为最短时间生成的结果，图 8 为两者性能的弹道剖面对比，图 9 为两者性能的射程对比。可以看出，性能指标为最短时间的情况下，落到地面的时间消耗为 70.003s,射程为 92537.859m;性能指标为最大射程的情况下,落到地面的时间消耗为 83.363s，射程为 109997.424m。

仿真结果表明，两种优化指标都满足终端条件，而且由于使用了自适应 hp 策略，大大降低了高阶多项式的使用，所得优化轨迹较为平滑，平均残差较小，估计精度较高，能够有效实现高超声速飞行器的下压段飞行轨迹优化。

本发明说明书中未作详细描述的内容属本领域技术人员的公知技术。

本发明虽然已以较佳实施例公开如上，但其并不是用来限定本发明，任何本领域技术人员在不脱离本发明的精神和范围内，都可以利用上述揭示的方法和技术内容对本发明技术方案做出可能的变动和修改，因此，凡是未脱离本发明技术方案的内容，依据本发明的技术实质对以上实施例所作的任何简单修改、等同变化及修饰，均属于本发明技术方案的保护范围。